Лекции 20-21. Долгосрочный экономический рост. Модель Солоу.

Анализируя модель совокупного спроса и совокупного предложения (AD-AS), мы предполагали, что единственным переменным фактором производства является труд, а капитал и технология рассматривались как неизменные. Эти предположения нельзя считать адекватными для долгосрочного анализа, поскольку в долгосрочной перспективе мы наблюдаем как изменение запаса капитала, так и наличие технического прогресса. Таким образом, с изменением капитала и технологии, будет изменяться и уровень полной занятости, а, значит, будет сдвигаться кривая совокупного предложения, что неизбежно отразится на равновесном выпуске. Однако увеличение выпуска еще не означает, что население страны стало богаче, поскольку вместе с выпуском изменяется и население. Под экономическим ростом обычно понимают рост реального ВВП на душу населения.

Для того, чтобы понять, какую важную роль играет даже небольшое изменение темпов экономического роста рассмотрим следующий арифметический пример. Предположим, что в некоторой стране доход на душу населения в 2000 году составлял $10000. Если в этой стране подушевой доход будет расти на 2% в год, то через пятьдесят лет (в 2050-ом году) доход на душу населения составит около $27000. Если же темп роста будет на один процент выше, то есть составит 3% в год, то в 2050-ом году подушевой доход будет равен $44000. Таким образом, 1% разницы в темпах роста привел к тому, что разница величин подушевого дохода составляет $17000, что в 1.7 раза превышает подушевой доход этой страны в 2000 году. Или можно посмотреть на этот вопрос с другой стороны. Для того, чтобы достичь подушевого дохода в $44000 при темпах роста, равных 2% в месяц, данной стране понадобится 75 лет, то есть на 25 лет больше, чем при темпах роста в 3% в месяц.

Эмпирические факты экономического роста.

Н. Калдор, изучая экономический рост в развитых странах, пришел к выводу, что имеют место определенные закономерности в изменении выпуска, капитала и их соотношений в долгосрочной перспективе. Рассмотрим основные тенденции, отмеченные Калдором в его статье, посвященной накоплению капитала и экономическому росту (1961г.).

Первый эмпирический факт состоит в том, что темп роста занятости меньше темпов роста капитала и выпуска или, иными словами, отношение капитала к занятости (фондовооруженность) и отношение выпуска к занятости (производительность труда) растут. С другой стороны, отношение выпуска к капиталу демонстрировало отсутствие значимого тренда, то есть, выпуск и капитал изменялись примерно одинаковыми темпами.

Калдор также рассматривал динамику отдачи на факторы производства. Было отмечено, что реальная заработная плата демонстрирует устойчивую тенденцию к росту, в то время как реальная ставка процента не имеет определенного тренда, хотя и подвержена непрерывным колебаниям.

Эмпирические исследования также показывают, что темпы роста производительности труда значительно различаются между странами.

Источники экономического роста

Вопрос о том, какие факторы влияют на экономический рост, остается одним из центральных вопросов макроэкономики, и дебаты по поводы источников экономического роста продолжаются и по сей день. Однако, большинство экономистов, следуя классической работе Роберта Солоу 1957 года, выделяют следующие ключевые факторы экономического роста: технический прогресс, накопление капитала и рост трудовых ресурсов. Для того, чтобы описать вклад каждого из этих факторов в экономический рост, рассмотрим выпуск Y, как функцию от запаса капитала (K), используемых трудовых ресурсов (L), и уровня технологии (A): $Y=Y(K,L,A)$. Солоу рассматривал нейтральный технический прогресс, то есть, предполагал, что технический прогресс одинаково воздействует на предельный продукт труда и капитала:

(1) $$Y=AF(K,L),$$

где F- неоклассическая производственная функция. Солоу также предполагал, что функция F обладает постоянной отдачей от масштаба, то есть, при увеличении количества капитала и труда в λ раз, выпуск также увеличивается в λ раз. Мы можем записать приращение выпуска как:

(2) $$\Delta Y = A \cdot (F'_K \Delta K + F'_L \Delta L) + \Delta A \cdot F(K,L).$$

Поделив обе части соотношения на Y и, учитывая, что $Y=AF(K,L)$, получим:

(3) $$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{F'_K}{F(K,L)} \cdot \frac{K \cdot \Delta K}{K} + \frac{F'_L}{F(K,L)} \cdot \frac{L \cdot \Delta L}{L} + \frac{\Delta A}{A}.$$

В условиях совершенной конкуренции предельный продукт труда равен реальной заработной плате $F'_L = w/P$, а предельный продукт капитала – реальной цене капитала $F'_K = r/P$. Таким образом, $F'_K K/F$ равняется доле дохода капитала в ВВП (s_K), а $F'_L L/F$ равняется доле оплаты труда в выпуске (s_L), причем для функции с постоянной отдачей от масштаба эти доли в сумме равны единице: $s_L+s_K=1$. Теперь мы можем переписать равенство (3) следующим образом:

(4) $$\frac{\Delta Y}{Y} = s_K \cdot \frac{\Delta K}{K} + (1-s_K)\frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta A}{A}.$$

Равенство (4) показывает, что темп роста выпуска ($\Delta Y/Y$) может быть разложен на три составляющие. Первая компонента в правой части – это накопление капитала, причем вклад капитала в рост ВВП пропорционален доле дохода капитала в выпуске. Вторая

составляющая – это рост занятости, вклад занятости также пропорционален доли оплаты труда в ВВП. Наконец последняя компонента отвечает за вклад темпа роста технического прогресса в экономический рост.

Учитывая, что обычно под экономическим ростом понимают изменение выпуска на душу населения, вычтем из левой и правой части соотношения (4) темп роста занятости:

$$(5) \qquad \frac{\Delta(Y/L)}{Y/L} = \frac{\Delta Y}{Y} - \frac{\Delta L}{L} = s_K \cdot \left(\frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta L}{L}\right) + \frac{\Delta A}{A} = s_K \cdot \frac{\Delta(K/L)}{K/L} + \frac{\Delta A}{A}.$$

Считая, что темп роста населения совпадает с темпом роста занятости, мы можем сказать, что темп роста подушевого выпуска определяется темпом роста подушевого капитала и темпом технологического прогресса.

Следует отметить, что в отличие от темпа роста подушевого выпуска и капитала, темп технологического прогресса практически невозможно измерить. Однако, используя соотношение (5) мы можем определить темп технологического прогресса как разницу между наблюдаемым темпом роста выпуска на душу населения и темпом роста подушевого капитала с поправкой на долю доходов капитала в ВВП:

$$(6) \qquad \frac{\Delta A}{A} = \frac{\Delta(Y/L)}{Y/L} - s_K \cdot \frac{\Delta(K/L)}{K/L}.$$

Таким образом, экономический рост, не объясненный ростом подушевого капитала, мы приписываем технологическому прогрессу, или, иначе говоря, мы получаем технический прогресс как остаток, который получил название остаток Солоу.

Базовая модель Солоу (без технологического прогресса).

Рассмотрим однопродуктовую экономику. Пусть в этой экономике действует репрезентативный потребитель, который одновременно является производителем и владельцем факторов производства (экономика Робинзона Крузо). В экономике есть всего два фактора производства: труд и капитал, а выпуск в каждый момент времени t определяется производственной функцией: $Y_t = F(K_t, L_t)$ где F-производственная функция с постоянной отдачей от масштаба. Будем считать, что функция F возрастает по все аргументам, вогнута и удовлетворяет следующим техническим условиям: $\lim\limits_{K\to 0} F'_K = \lim\limits_{L\to 0} F'_L = \infty$ и $\lim\limits_{K\to\infty} F'_K = \lim\limits_{L\to\infty} F'_L = 0.$

Будем рассматривать закрытую экономику без государственного сектора. Произведенная в момент t продукция может быть использована либо на потребление (C_t), либо на инвестиции (I_t):

(7) $$Y_t = C_t + I_t.$$

Полученный доход потребитель распределяет между потреблением (C_t) и сбережениями (S_t), причем будем считать, что сбережения являются некой фиксированной долей дохода:

(8) $$S_t = sY_t, \text{ где } 0 \le s \le 1.$$

Через s обозначена норма сбережения, не зависящая от дохода и момента времени t, то есть, мы будем считать s экзогенным параметром. Итак, $Y_t = C_t + S_t$, откуда с учетом (7) и (8) получаем:

(9) $$I_t = S_t = sY_t.$$

Будем считать, что капитал изнашивается с течением времени, и обозначим через δ (0≤δ≤1) норму амортизации капитала, полагая ее постоянной. Таким образом, валовые инвестиции равны сумме чистого прироста капитала и амортизационных расходов: $I_t = \dot{K} + \delta K_t$, где $\dot{K}$-чистый прирост капитала. (Точкой сверху обозначена производная по времени). Подставляя выражение для инвестиций в (9), получаем:

(10) $$\dot{K} + \delta K_t = sF(K_t, L_t)$$

Будем считать, что население в рассматриваемой экономике равно трудовым ресурсам и растет с постоянным темпом n: $L_t = L_0 e^{nt}$. Будем также считать, что в экономике имеет место полная занятость, то есть труд, стоящий в производственной функции, равен имеющимся трудовым ресурсам.

Поделим обе части уравнения (10) на L_t и с учетом однородности первой степени функции F получим:

(11) $$\frac{\dot{K}}{L_t} + \delta \frac{K_t}{L_t} = s\frac{F(K_t, L_t)}{L_t} = sF\left(\frac{K_t}{L_t}, 1\right).$$

Перейдем от абсолютных величин к величинам на одного рабочего, обозначив через k капитал на одного рабочего или фондовооруженность ($k \equiv K/L$), а через $f(k)$ – выпуск на одного рабочего или производительность труда ($f(k) \equiv F(K/L,1)$). Тогда $\dot{k} = \frac{dK_t / L_t}{dt} = \frac{L\dot{K} - K\dot{L}}{L^2} = \frac{\dot{K}}{L} - \frac{K}{L} \cdot \frac{\dot{L}}{L} = \frac{\dot{K}}{L} - kn$, откуда находим $\frac{\dot{K}}{L} = \dot{k} + kn$ и подставляем в (11):

(12) $$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k.$$

Дифференциальное уравнение (12) называют уравнением накопления капитала. Поясним, что показывает это уравнение. В левой части стоит чистый прирост подушевого капитала. Если сбережения на душу населения превышают инвестиции, необходимые для поддержания неизменной величины подушевого капитала, то эти избыточные средства позволят увеличить запас капитала на душу населения.

Стационарное состояние.

Определим стационарное состояние в рассматриваемой модели, как ситуацию в которой капитал на одного рабочего является неизменным: $\dot{k} = 0$. Стационарный запас подушевого капитала k^* определяется из условия:

(13) $$sf(k^*) = (n+\delta)k^*.$$

Поскольку подушевой капитал в стационарном состоянии неизменен, то и подушевой выпуск и подушевое потребление также постоянны и равны: $y^*=f(k^*)$, $c^*=(1-s)f(k^*)$, соответственно. Это значит, что запас капитала, выпуск и потребление в стационарном состоянии растут с тем же темпом, с которым растет население.

Стационарное состояние в модели Солоу можно изобразить графически.

По нашим предположениям производственная функция $f(k)$ вогнута и выходит из нуля. Кроме того, наклон $f(k)$ в нуле равен бесконечности, а при больших k кривая $f(k)$ становится пологой. Необходимые для поддержания постоянного подушевого капитала инвестиции $(n+\delta)k$ изображены прямой линией, выходящей из нуля под углом, равным $(n+\delta)$. Если первоначально экономика имеет подушевой капитал, равный k_0, то валовые подушевые инвестиции (i) для этой экономики будут равны сбережениям в точке k_0. Чистые подушевые инвестиции соответствуют расстоянию между кривой сбережений $sf(k)$ и линией необходимых инвестиций $(n+\delta)k$. Подушевое потребление c соответствует вертикальному отрезку между производственной функцией и функцией сбережений.

Точка пересечения кривой сбережений и кривой необходимых инвестиций определяет стационарный подушевой капитал k^*. Заметим, что стационарное состояние при положительном подушевом капитале существует, поскольку функция $f(k)$ вогнута, выходит из нуля и удовлетворяет следующим условиям: $\lim_{k\to 0} sf(k) = \infty > n+\delta$ и $\lim_{k\to\infty} sf(k) = 0 < n+\delta$.

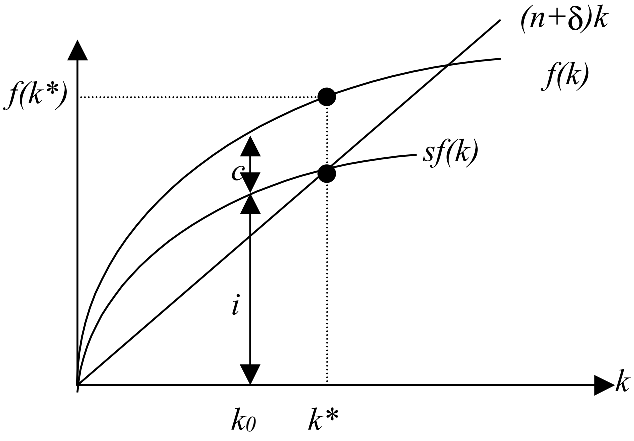

Рисунок 1. Стационарное состояние в модели Солоу.

Золотое правило накопления капитала.

Из уравнения для стационарного состояния (13) следует, что при изменении нормы сбережения изменяется и стационарный подушевой капитал, а, соответственно, меняется и стационарное подушевое потребление. Как изменяется потребление при изменении нормы сбережения? Ответ на этот вопрос зависит от первоначального состояния экономики. Подушевое стационарное потребление растет с ростом s при низких нормах сбережения и падает при высоких. При какой норме сбережения стационарное потребление c будет максимальным?

Стационарное подушевое потребление мы находим как разницу между доходом и сбережениями: $c^*=f(k^*(s))-sf(k^*(s))$. Учитывая, что $sf(k^*)=(n+\delta)k^*$, находим:

(14) $$c^*=f(k^*(s))-(n+\delta)k^*(s).$$

Макимизируя (14) по s, находим: $[f'(k^*)-(n+\delta)]\cdot dk^*/ds=0.$ Поскольку $dk^*/ds>0$, то выражение в скобках должно быть равно нулю. Подушевой капитал, при котором выражение в скобках равно нулю будем называть капиталом, соответствующим золотому правилу и обозначим через k^g:

(15) $$f'(k^g)=n+\delta.$$

Условие 15, определяющее стационарный уровень k, максимизирующий стационарное потребление c, называют золотым правилом накопления капитала. Интерпретация «золотого правила» такова: если мы будем поддерживать одинаковый уровень потребления для всех живущих ныне и для всех будущих поколений, то есть, если мы будем поступать с будущими поколениями так, как мы хотели бы, чтобы они поступали с нами, то $c^g=f(k^g)-(n+\delta)k^g$ – это максимальный уровень потребления, который мы можем обеспечить.

Проиллюстрируем золотое правило графически. Норма сбережения s^g на рисунке 2 соответствует золотому правилу, поскольку стационарный капитал k^g таков, что наклон $f(k)$ в точке k^g равен $(n+\delta)$. Как видно из рисунка при увеличении нормы сбережения до s^1 или снижении до s^2 стационарное потребление c по сравнению с c^g падает: $c^g > c^1$ и $c^g > c^2$.

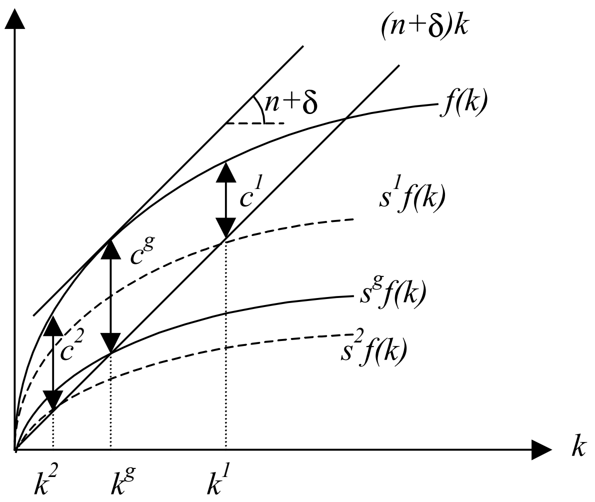

Рисунок 2. Золотое правило накопления капитала.

Если норма сбережения в экономике превышает s^g и, соответственно стационарный подушевой капитал выше, чем при золотом правиле, то распределение ресурсов в такой экономике динамически неэффективно. Снизив норму сбережения до

s^g, можно было бы достигнуть не только повышения подушевого потребления в долгосрочном периоде, т.е.роста стационарного c, но и в процессе перехода от стационарного подушевого капитала k^1 до k^g подушевое потребление было бы выше, чем в исходном состоянии. Схематично изменение подушевого потребления изображено на рисунке 3. В момент снижения нормы сбережения t_0 подушевое потребление резко растет, а затем монотонно падет до величины c^g. С учетом того, что $c^g > c^1$, получаем, что даже в течении перехода к новому стационарному состоянию экономика в каждый момент времени имеет более высокое подушевое потребление, чем исходный уровень c^1. Таким образом, экономика с нормой сбережения, превышающей s^g, сберегает слишком много и в силу этого распределение ресурсов является динамически неэффективным.

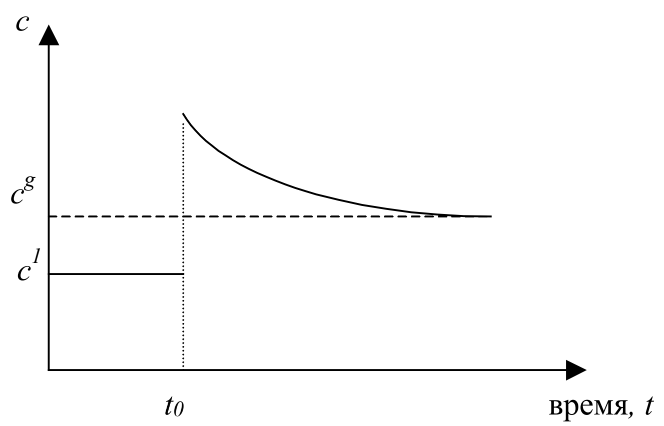

Рисунок 3. Динамика подушевого потребления при снижении нормы сбережения с уровня $s^1 > s^g$ до величины s^g.

Если норма сбережения в экономике меньше s^g, то, увеличив норму сбережения до s^g, можно было бы достигнуть более высокого стационарного подушевого капитала, но в переходный период потребление было бы ниже, чем в настоящий момент. Таким образом, в данном случае нельзя однозначно утверждать, что подобное распределение ресурсов неэффективно, поскольку все зависит от того, как общество ценит будущее потребление относительно текущего, то есть, от межвременных предпочтений.

Экономический рост: долгосрочная динамика и переходный период.

Как следует из анализа модели Солоу, поскольку в стационарном состоянии подушевой капитал постоянен, то и подушевой выпуск также будет постоянен, то есть, долгосрочный экономический рост не зависит от экзогенных параметров таких, как норма сбережения, норма амортизации. Однако, эти экзогенные параметры влияют на подушевой выпуск в переходный период, то есть, при движении к стационарному состоянию.

Рассмотрим, чем же определяется темп роста подушевого капитала на равновесной траектории, описываемой уравнением накопления капитала. Поделив обе части уравнения (12) на k, найдем уравнение для темпа роста подушевого капитала:

(16) $$\dot{k}/k = sf(k)/k - (n+\delta).$$

Изобразим динамику модели Солоу, описываемую уравнением (16) графически. Заметим, что $sf(k)/k$ убывает по k. Расстояние между кривыми $sf(k)/k$ и $(n+\delta)$ по вертикали равно темпу роста подушевого капитала. В точке пересечении кривых $sf(k)/k$ и $(n+\delta)$ темп роста подушевого капитала равен нулю, то есть мы находимся в стационарном состоянии k^*. Справа от k^* темп роста подушевого капитала отрицателен, а слева- положителен.

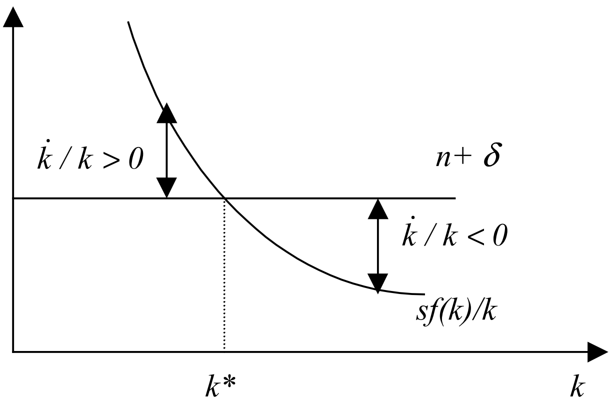

Рисунок 4. Динамика темпа роста подушевого капитала в модели Солоу.

Заметим, что динамика темпа роста подушевого выпуска аналогична динамике темпа роста подушевого капитала, поскольку

$$\dot{y}/y = f'(k)\cdot\dot{k}/f(k) = [kf'(k)/f(k)]\cdot\dot{k}/k = s_k\cdot\dot{k}/k\,.$$

Сравнительная статика модели Солоу.

Анализируя стационарное состояние модели Солоу, можно заключить, что стационарный подушевой капитал зависит от следующих экзогенных параметров: нормы сбережения, нормы амортизации и темпов роста населения.

1. Изменение нормы сбережения.

Если государству удастся каким-либо образом добиться повышения нормы сбережения, то график функции *sf(k)/k* сдвинется вверх и стационарный капитал возрастет, как показано на рисунке 5.

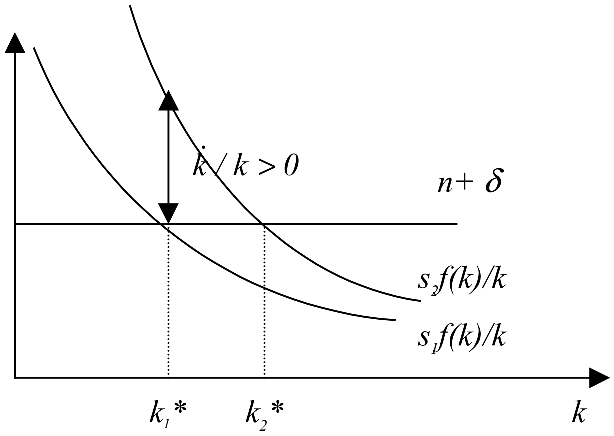

Рисунок 5. Изменение подушевого капитала в результате повышения нормы сбережения от s_1 до s_2.

Как экономика движется к новому уровню стационарного подушевого капитала k_2? Как следует из рисунка 5, за повышением нормы сбережения следует скачок в темпе роста подушевого капитала, затем по мере увеличения подушевого капитала расстояние между кривыми *sf(k)/k* и *(n+δ)* сокращается и устремляется к нулю. Таким образом, сразу вслед за повышением нормы сбережения темп роста капитала становится выше темпа роста населения, а по мере приближения к новому стационарному состоянию темпы роста K и L вновь сближаются.

На основе проведенного анализа можно заключить, что изменение нормы сбережения не оказывает влияние на долгосрочные темпы роста выпуска, но влияет на темпы роста в процессе движения к стационарному состоянию. Так увеличение нормы сбережения приводит к резкому повышению темпов роста подушевого выпуска, однако, по мере приближения к стационарному состоянию этот эффект сходит на нет.

2. Изменение нормы амортизации.

Рассмотрим как изменение нормы амортизации повлияет на стационарное состояние в модели Солоу. На рисунке 6 изображено снижение нормы амортизации с уровня δ_1 до уровня δ_2. Также как и в случае роста нормы сбережения в результате мы наблюдаем резкий всплеск инвестиций и скачок в темпе роста капитала, но затем этот эффект фактически исчезает, когда экономика приближается к новому стационарному состоянию.

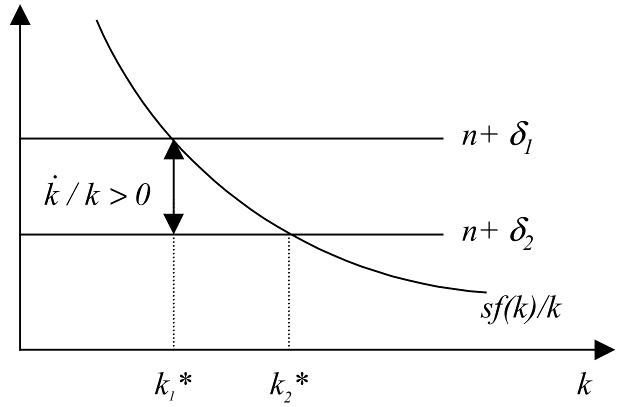

Рисунок 6. Изменение подушевого капитала в результате снижения нормы амортизации с уровня δ_1 до уровня δ_2.:

3. Изменение темпов роста населения.

В результате повышения темпов роста населения стационарный подушевой капитал будет падать, то есть, в терминах рисунка 6 последствия могут быть представлены как переход из k_2 в k_1. Таким образом, процесс перехода к новому стационарному состоянию будет сопровождаться резким падением темпов роста подушевого капитала с последующим медленным восстановлением до исходного уровня. Аналогична и динамика подушевого выпуска. Темп роста подушевого выпуска сначала станет отрицательным, а затем будет расти, пока не вернется к нулевой отметке, при этом темп роста самого выпуска в новом стационарном состоянии будет выше, чем в первоначальном, как показано на рисунке 7.

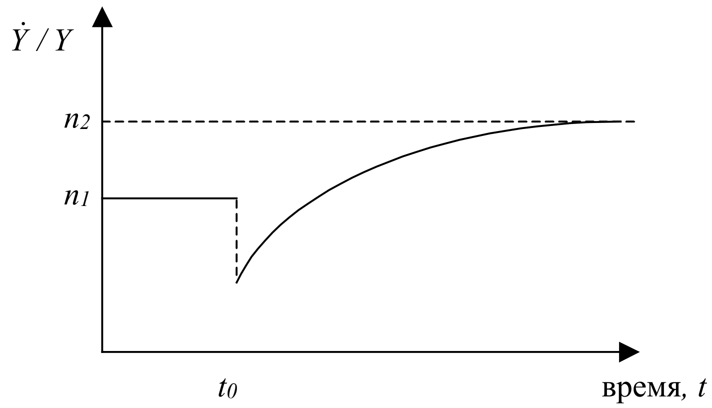

Рисунок 7. Динамика темпа роста выпуска при увеличении темпа роста населения с n_1 до n_2.

Абсолютная и относительная конвергенция.

Согласно уравнению накопления капитала, стационарный капитал определяется из условия: $sf(k^*) = (n+\delta)k^*$. Это означает, что, если мы рассмотрим группу стран с одинаковыми нормами сбережения, нормами амортизации, темпами роста населения и одинаковыми технологиями, то для них стационарный подушевой капитал также будет одинаков. Если при этом, в настоящий момент эти страны имеют различные стартовые позиции, то есть, различаются по величине текущего подушевого капитала, то это означает, что страны с более низким начальным k будут иметь более высокие темпы роста k, поскольку:

(17) $$\frac{\partial(\dot{k}/k)}{\partial k} = \frac{s \cdot [f'(k) - f(k)/k]}{k} < 0.$$

Это означает, что страны с более низком подушевым капиталом в силу более высоких темпов роста будут догонять страны с более высоким подушевым капиталом, то есть будет иметь место абсолютная конвергенция. Однако эмпирические данные не подтверждают этой гипотезы. Проблема состоит в том, что в действительности страны существенным образом различаются по темпам роста населения и технологиям. В связи с этим каждая страна будет характеризоваться своим, отличным от других стран, уровнем стационарного подушевого капитала и потому уместнее рассматривать относительную конвергенцию. Относительная конвергенция предполагает, что экономика растет тем быстрее, чем дальше находится от своего стационарного состояния.

Модель Солоу с трудосберегающим техническим прогрессом.

До сих пор мы предполагали, что уровень технологии остается неизменным. В результате все подушевые переменные в долгосрочном периоде оказались неизменными. Подобные выводы крайне нереалистичны и противоречат эмпирическим фактам экономического роста, обсуждаемым в начале лекции. Так, в частности, из анализа модели с неизменной технологией мы получили, что фондовооруженность и производительность труда в долгосрочном периоде должны быть постоянны, в то время как эмпирические исследования говорят о том, что обе эти переменные растут.

Посмотрим, поможет ли учет технического прогресса сделать модель более адекватной действительности. Однако сначала нужно решить, каким именно образом учитывать технический прогресс в модели. Принято различать трудосберегающий, капиталосберегающий и нейтральный (по Хиксу) технический прогресс. Нейтральный по Хиксу технический прогресс позволяет произвести тот же выпуск с меньшими затратами как капитала, так и труда, не изменяя пропорции между используемыми факторами: $Y=F(K,L,A)=AF(K,L)$, где A- параметр, характеризующий технологию. Трудосберегающий технический прогресс может быть описан следующей производственной функцией: $Y=F(K,L,A)= F(K, AL)$. Капиталосберегающий технический прогресс ведет к такому же росту выпуска, как и рост используемого капитала: $Y=F(K,L,A)= F(AK, L)$.

Если мы будем рассматривать постоянный темп технического прогресса, то есть будем полагать, что $\dot{A}/A \equiv g$, то из всех рассмотренных нами вариантов технического прогресса только трудосберегающий технический прогресс совместим с существованием стационарного состояния в модели Солоу. Таким образом, поскольку нас интересует достижение в долгосрочном периоде стационарного состояния, мы будем рассматривать только этот вид технического прогресса.

Перепишем условие равновесия (10) для модели Солоу, включив во внимание наличие технического прогресса: $\dot{K} + \delta K_t = sF(K_t, A_t \cdot L_t)$. При трудосберегающем техническом прогрессе с течением времени каждый рабочий становится эффективнее. Перейдем от абсолютных показателей в уравнении (10) к показателям на одну эффективную единицу труда, поделив обе части этого уравнения на A_tL_t:

(18) $$\frac{\dot{K}}{A_tL_t} + \delta\frac{K_t}{A_tL_t} = s\frac{F(K_t, A_tL_t)}{A_tL_t} = sF\left(\frac{K_t}{A_tL_t}, 1\right).$$

Обозначим через $k_A \equiv K/AL$ и $y_A = Y/AL$ капитал и выпуск на единицу эффективного труда, соответственно. С учетом введенных обозначений получаем:

$$\dot{k}_A = \frac{d(K_t / A_tL_t)}{dt} = \frac{AL\dot{K} - KA\dot{L} - K\dot{A}L}{(AL)^2} = \frac{\dot{K}}{AL} - \frac{K}{AL}\cdot\frac{\dot{L}}{L} - \frac{K}{AL}\cdot\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{K}}{AL} - k_A(n+g),$$

откуда находим $\frac{\dot{K}}{AL} = \dot{k}_A + k(n+g)$ и подставляем в (18):

(19) $$\dot{k}_A = sf(k_A) - (n+\delta+g)k_A..$$

Уравнение (19) описывает накопление капитала при наличии трудосберегающего технического прогресса.

Определим стационарное состояние, как состояние, в котором капитал на единицу эффективного труда постоянен: $\dot{k}_A = 0$, тогда стационарный капитал k_A^* определяется из условия: $sf(k_A^*) = (n+\delta+g)k_A^*$. В стационарном состоянии капитал на одного эффективного рабочего k_A постоянен, откуда следует, что $y_A = f(k_A)$ и $c_A = (1-s)y_A$ также постоянны. Это означает, что подушевой капитал *k*, равный Ak_A, а также *c* и *y* в стационарном состоянии растут с постоянным темпом, равным темпу технического прогресса g. При этом запас капитала и уровень выпуска (*K* и *Y*) в стационарном состоянии растут с темпом *(n+g).* Заметим, что, как и ранее, другие экзогенный параметры (норма сбережения, норма амортизации, производственная функция) влияют лишь на траекторию перехода к стационарному состоянию и стационарный капитал, но не влияют на темпы роста в стационарном состоянии.

Проанализируем, насколько приблизилась модель к объяснению эмпирических закономерностей роста при введении в рассмотрение технологического прогресса. Заметим, что теперь подушевой капитал и выпуск в долгосрочном периоде не являются постоянными, а растут с постоянным темпом, что полностью соответствует описанным Калдором эмпирическим закономерностям.

Что касается отдачи на факторы производства, то и в этом вопросе полученные из анализа модели результаты согласуются с эмпирическими исследованиями, поскольку отдача на капитал является постоянной, а отдача на труд растет. Для того, чтобы в этом убедиться рассмотрим отдачу на капитал в стационарном состоянии. Предельный продукт капитала определяется как $F'_K(K, AL) = \dfrac{\partial(AL \cdot F(K/AL, 1))}{\partial K} = AL \cdot \dfrac{\partial F(K/AL, 1)}{\partial K/AL} \cdot \dfrac{1}{AL} = f'(k_A)$. Таким образом, отдача на капитал в стационарном состоянии равна $f'(k_A^*)$ и является постоянной в силу неизменности k_A^*. Теперь найдем отдачу на труд. Предельный продукт труда может быть выражен через k_A:

$$F'_K(K, AL) = \frac{\partial(AL \cdot F(K/AL, 1))}{\partial K} = AF(K/AL, 1) + AL \cdot \frac{\partial F(K/AL, 1)}{\partial K/AL} \cdot \left(-\frac{K}{AL^2}\right) =$$
$$= A \cdot f(k_A) - A \cdot k_A f'(k_A).$$

Таким образом, учитывая, что k_A в стационарном состоянии неизменен, а параметр A растет с постоянным темпом g, то и предельный продукт труда будет расти с постоянным темпом, равным g.

Недостатки модели Солоу.

Даже при наличии технического прогресса модель Солоу не объясняет, почему в действительности не наблюдается конвергенции между богатыми и бедными странами. Более того, модель, напротив, предсказывает, что в долгосрочном периоде конвергенция должна иметь место. Эмпирические исследования показывают, что можно говорить о некоторой конвергенции развитых экономик, но сближения бедных и богатых стран не наблюдается.

Согласно модели Солоу различия в уровнях подушевого дохода между богатыми и бедными странами являются результатом различий в уровнях подушевого капитала, что, в свою очередь, объясняется различиями в нормах сбережения, амортизации, темпах роста населения и темпах технического прогресса.

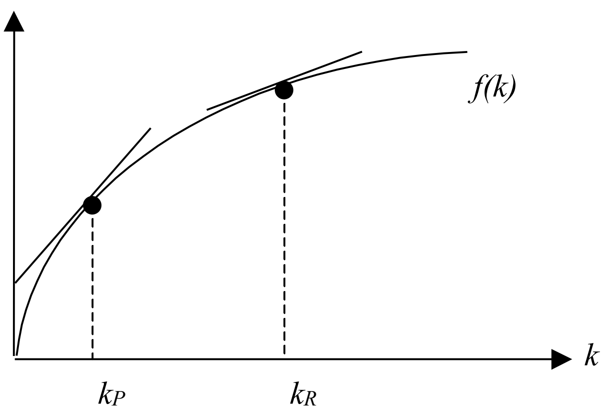

Рисунок 8. Отдача на капитал в богатой и бедной стране в модели Солоу.

Как показано на рисунке 8, богатая страна находится в точке k_R, а бедная страна в точке k_P. Это означает, что предельный продукт капитала должен быть выше в бедной стране по сравнению с богатой, что для многих бедных стран не соответствует действительности (если бы это было так, то мы должны были бы наблюдать значительный приток капиталов в бедные страны).

Модели эндогенного экономического роста

Модель Солоу объясняет рост ВВП экзогенными параметрами, а именно экзогенным темпом технического прогресса, при этом причина технического прогресса остается необъясненной. Таким образом, остается непонятным, каким образом можно стимулировать экономический рост. В 1980-х годах появились новые теории экономического роста, предложившие в качестве объясняющих переменных эндогенные переменные модели. Новые модели пытались объяснить технологические изменения как результат рыночных взаимодействий , а не как нечто приходящее извне.

Основные отличия моделей эндогенного роста состоят в отказе от предпосылки об убывании предельной производительности капитала, которая предполагалась, в частности в модели Солоу. Эта модификация позволяет предельной отдаче в бедной стране быть не меньше, чем в богатой. Рассмотрим к каким изменениям приведет замена предпосылки об убывающей предельной производительности на предпосылку о постоянном предельном продукте капитала на примере простейшей модели, известной под названием "AK" модель. При постоянной предельной производительности капитала производственная функция, а ,значит, и функция сбережений будет линейна по капиталу. Рассмотрим производственную функцию с трудосберегающим техническим прогрессом: $Y = F(K, AN)$. В отличие от технологии, рассмотренной в модели

Солоу, будем считать, что уровень технологии не задается экзогенно, а пропорционален подушевому капиталу: $A = \alpha K / L = \alpha k$**, где** α**- предельный продукт капитала.**

Как мы знаем, в равновесии подушевые сбережения равны подушевым инвестициям: $sy = i = \Delta k + (n + \delta)k$**. Поделив на подушевой капитал, получим:**

(20) $\Delta k / k = sy / k - (n + \delta)$**.**

Найдем выражение для y / k**, поделив выпуск на капитал:** $y / k = F(K, AN) / K = F(1, AN / K) = F(1,\alpha)$**. Таким образом, отношение выпуска к капиталу (производительность капитала) является константой, равной** $F(1,\alpha)$**. Обозначим эту константу через** a **и подставим в (20):** $\Delta k / k = as - (n + \delta)$**. Итак, мы видим, что при эндогенном темпе роста технического прогресса темп роста подушевого капитала, а значит, и темп роста подушевого выпуска равен** $as - (n + \delta)$**, то есть, положительно зависит от нормы сбережения и производительности капитала и отрицательно от нормы амортизации и темпа роста населения.**

Таким образом, эндогенные теории экономического роста оставляют пространство для использования экономической политики в целях ускорения экономического роста. Заметим, что в рассмотренной выше модели отдача на воспроизводимый фактор производства (капитал) была постоянной. Как соотнести эту предпосылку с основными постулатами микроэкономики. Ведь помимо капитала существуют и другие факторы производства. Тогда при постоянной отдаче на капитал с учетом всех факторов отдача станет возрастающей. Наличие возрастающей отдачи от масштаба означает, что выгоднее сконцентрировать производство в одних руках, а это означает монополизацию производства. Современные теории эндогенного роста предлагают следующие варианты решения этой проблемы.

Первый подход состоит в учете внешних воздействий (экстерналий), которые приводят к возрастающей отдаче на агрегированном уровне, но при этом имеет место постоянная отдача на уровне отдельной фирмы, поскольку фирмы не принимают во внимание эти внешние воздействия. Эти внешние воздействия можно относить к эффекту накопления и распространения знаний (результатов фундаментальных исследований). С этой точки зрения инвестиции в человеческий капитал, создающие положительный внешний эффект, являются ключевым фактором долгосрочного экономического роста.

Альтернативный поход состоит в том, чтобы отказаться от рассмотрения конкурентной среды. В этом случае экономическая прибыль фирм положительна и ее можно трактовать как отдачу на “непроизводительные” факторы такие как исследования и разработки.

Экономическая политика в отношении долгосрочного экономического роста.

Как мы видели выводы, полученные на основе модели Солоу, относительно факторов, определяющих экономический рост, были довольно пессимистичны с точки зрения экономической политики, поскольку единственным параметром, определяющим долгосрочный темп роста подушевого капитала по Солоу, является экзогенный темп научно-технического прогресса. Однако, если приять во внимание, современный взгляд на проблему факторов экономического роста, приняв во внимание, основные положения теорий эндогенного роста, то картина окажется не столь удручающей.

Как мы видели, согласно теориям эндогенного повышение нормы сбережения имеет не временный (как у Солоу), а перманентный эффект на темпы экономического роста. Таким образом, в закрытой экономике, где рост сбережений действительно означает рост инвестиций, стимулирование сбережений (например, посредством снижения налогов на доходы по ценным бумагам) могло бы способствовать экономическому росту. С другой стороны, государство могло бы стимулировать инвестиции напрямую, например, через инвестиционные налоговые кредиты.

Другой составляющей экономического роста является научно-технический прогресс и накопление человеческого капитала. Как мы видели, согласно моделям эндогенного роста, именно человеческий капитал посредством положительного внешнего эффекта стимулирует экономический рост. Таким образом, государству следует проводить политику, направленную на стимулирование образования, исследований и разработок посредством субсидирования этих областей напрямую или посредством поощрения фирм, активно инвестирующих в человеческий капитал через всевозможные налоговые льготы.