

## Лекция 5. Модель IS-LM

В модели Кейнсианского креста (т.е. в модели доходов и расходов) мы исключили из рассмотрения вопросы, связанные с денежной массой и процентными ставками, которые играют важную роль в определении уровня дохода и занятости. Теперь мы рассмотрим более сложную модель, которая описывает взаимодействия рынков товаров и активов. Эта модель позволит нам определить не только равновесный доход, но и процентную ставку и на основе этой модели исследовать влияние как фискальной, так и монетарной (кредитно-денежной) политики, на равновесие в экономике.

### Рынок товаров и кривая IS

Для моделирования рынка товаров мы будем по-прежнему использовать модель Кейнсианского креста, но внесём в нее ряд изменений. Если ранее мы предполагали, что инвестиции являются постоянными, то теперь мы введем функцию инвестиций. Сначала вспомним определение инвестиций. Под инвестициями мы понимаем расходы на увеличение или поддержание запаса капитала. Для чего фирмы осуществляют инвестиции? Для увеличения прибыли. Предположим, что фирмы занимают средства для покупки капитальных благ. Тогда чем выше процентная ставка, тем больше процентные платежи, которые фирмы должны осуществить и, следовательно, тем меньше прибыли остается у фирмы после выплаты процентов и, следовательно, тем меньше стимулов для инвестирования. Итак, инвестиции являются убывающей функцией ставки процента. Как мы убедимся в дальнейшем, ставка процента – не единственный параметр, влияющий на инвестиции, однако сейчас все остальные параметры будем считать фиксированными. Условимся действие всех параметров, за исключением ставки процента, учитывать в величине автономных инвестиций и моделировать их, как сдвиг кривой инвестиций, нарисованной в осях ставка процента-инвестиции:

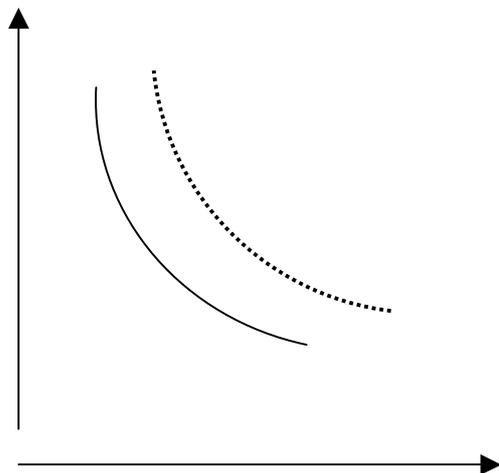


Рис.1 Сдвиг кривой инвестиций от  $I_1$  к  $I_2$ , вызванный ростом автономных инвестиций.

Совокупный спрос при этих предположениях примет вид:

$$AD = C + I + G = C(\bar{C}, YD) + I(\bar{I}, i) + \bar{G} = C(\bar{C}, Y + \bar{T}\bar{R} - tY) + I(\bar{I}, i) + \bar{G}$$

-    +            +    -

В равновесии совокупный спрос должен быть равен выпуску и, таким образом, приравнявая их, мы получаем неявную зависимость между выпуском и ставкой процента. Совокупность всех комбинаций ставки процента выпуска, при которых рынок товаров уравновешен, дает нам кривую, которую мы будем называть кривой IS. Кривая IS имеет отрицательный наклон, то есть характеризуется отрицательной зависимостью между ставкой процента и выпуском. Действительно, если мы возьмем соответствующую производную, то она, в силу принятых гипотез относительно поведения функции инвестиций с учетом того, что предельная склонность к потреблению меньше единицы, имеет отрицательный знак:

$$\frac{di}{dY} = -\frac{(1-t)C'_Y - I}{I'_i} < 0$$

Отрицательный наклон кривой IS можно объяснить следующим образом. Рост ставки процента при прежнем уровне выпуска ведет к падению инвестиций и к

уменьшению совокупных расходов, что при неизменном выпуске ведет к избыточному предложению и, в итоге, к сокращению выпуска.

Рассмотрим для упрощения линейную функцию совокупных расходов и проиллюстрируем на этом примере графический вывод кривой IS из диаграммы Кейнсианского креста. Итак, пусть

$$AD = \bar{C} + c(Y + \bar{TR} - tY) + \bar{I} - bi + \bar{G} = \bar{A} + c(1-t)Y - bi,$$

где  $c$ - предельная склонность к потреблению ( $0 < c < 1$ ),  $t$ - ставка подоходного налога ( $0 < t < 1$ ),  $b$  – чувствительность инвестиций к ставке процента ( $b > 0$ ),  $\bar{A}$  – автономные расходы ( $\bar{A} = \bar{C} + c\bar{TR} + \bar{I} + \bar{G}$ ). Зафиксировав ставку процента на уровне  $i_1$ , мы изображаем кривую совокупных расходов на диаграмме Кейнсианского креста и получаем соответствующий равновесный доход  $Y_1$ . Предположим, ставка процента упала до уровня  $i_2 < i_1$ . Это приведет к росту инвестиций и сдвигу кривой совокупного спроса вверх и, в результате, мы получаем новый равновесный доход  $Y_2$ . Теперь эти пары  $(i, Y)$ , уравнивающие рынок товаров, можем нарисовать в координатах  $i, Y$  и совокупность всех таких пар дает нам кривую равновесия товарного рынка или кривую IS.

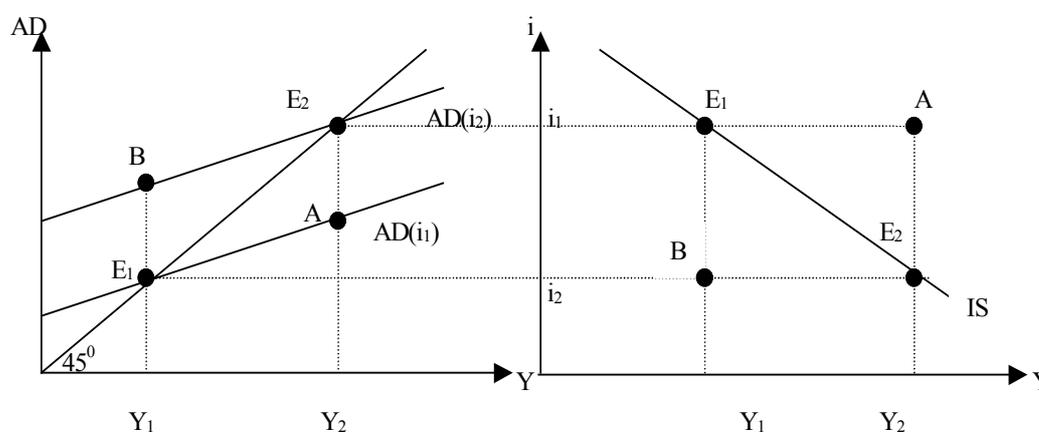


Рис. 2. Геометрический вывод кривой IS.

При предположении о линейности функций, кривая IS описывается уравнением:

$$Y = \frac{I}{1 - c(1 - t)}(\bar{A} - bi), \quad \text{где первый множитель представляет Кейнсианский}$$

мультипликатор автономных расходов, который мы обозначали через  $\alpha$ . В дальнейшем условимся для упрощения построений при графическом анализе рассматривать линейную кривую IS.

### Свойства кривой IS

- 1) Кривая IS имеет отрицательный наклон.
- 2) Угол наклона кривой IS определяется двумя факторами: мультипликатором автономных расходов и чувствительностью инвестиций к ставке процента.

Рассмотрим влияние мультипликатора на наклон IS. Покажем, что увеличение мультипликатора делает IS более полой. Для этого обратимся к выведенной нами ранее формуле для величины наклона кривой IS:

$$\frac{di}{dY} = -\frac{(1-t)C'_Y - I}{I'_i} = -\frac{I}{\alpha I'_i}, \quad \text{где } \alpha \equiv \frac{I}{1 - (1-t)C'_Y}.$$

Из приведенной формулы видно, что увеличение  $\alpha$  ведет к уменьшению абсолютной величины наклона IS, то есть кривая IS становится более полой. Следует подчеркнуть, что результат имеет место лишь для небольших изменений в величине мультипликатора.

Этот же результат может быть получен интуитивно: при большем  $\alpha$  одинаковое изменение процентной ставки и, следовательно, одинаковое изменение инвестиций, ведет к большему росту выпуска (в силу больших косвенных эффектов) и, следовательно, мы получаем более пологую IS.

Проанализируем, как чувствительность инвестиций к ставке процента отражается на наклоне IS. Если инвестиции становятся более чувствительными к ставке процента (то есть,  $I'_i$  растет), то инвестиции и совокупный спрос изменяются сильнее при том же изменении ставки процента, в результате и изменение выпуска будет больше. Таким образом, кривая IS, соответствующая более высокой чувствительности инвестиций, будет более пологой.

3) Рост автономных расходов ведет к сдвигу кривой IS вправо, причем для каждой ставки процента выпуск изменяется пропорционально величине мультипликатора:

$$\Delta Y = \alpha \Delta \bar{A}$$

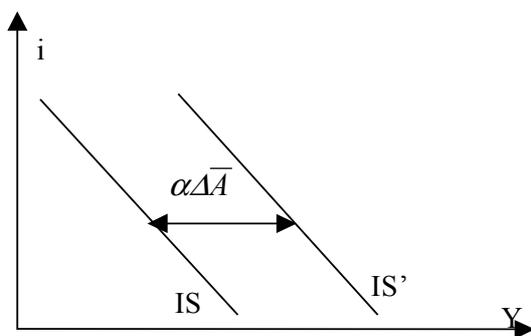


Рис.3. Сдвиг кривой IS в результате роста автономных расходов

4) Области избыточного предложения и избыточного спроса. Если кривая IS показывает точки равновесия на рынке товаров, то, что происходит вне этой кривой? Для того, чтобы ответить на этот вопрос вспомним, как мы строили кривую IS. Рассмотрим точку В с координатами  $(i_2, Y_1)$  лежащую справа от IS и определим ее местоположение на диаграмме Кейнсианского креста. Как мы видим, в этой точке имеет место избыточное предложение товаров ( $AD(Y_1) < Y_1$ ). Поскольку точка В была выбрана произвольно, то аналогичный результат будет иметь место для любой точки, лежащей справа от IS. Рассмотрим точку А с координатами  $(i_1, Y_2)$ , лежащую слева (или ниже) кривой IS. Аналогичные рассуждения показывают, что в ней имеет место

избыточный спрос. Итак, справа от кривой IS имеет место избыточное предложение на рынке товаров, а слева от кривой IS - избыточный спрос на товары.

### Рынки активов и кривая LM

Под финансовыми активами мы будем понимать деньги, облигации, акции, землю и недвижимость. Существует большое разнообразие активов, но примем упрощающее предположение, разделив все активы на 2 группы: деньги и активы, приносящие процент (которые мы условно будем называть облигациями). Облигация - ценная бумага, представляющая собой обещание выплатить ее держателю некоторую оговоренную сумму денег в определенный срок в будущем.

В каждый момент времени индивидуум принимает решение, какую часть своего финансового богатства держать в виде денег и какую – в виде облигаций. Заметим, что, принимая решение о том, какую часть богатства держать в виде денег, индивидуум исходит из реальной стоимости денег (или как говорят, реальных денежных балансов), а не из их номинальной величины, поскольку никого не интересуют деньги сами по себе, а важно, что можно приобрести на эти деньги. Поэтому спрос на деньги – это спрос на реальные денежные балансы.

Если мы обозначим совокупное номинальное богатство через  $W^N$ , а уровень цен через  $p$ , тогда реальное богатство это  $W^N/P$ . Каждый отдельный агент  $k$  обладает некой частью совокупного богатства  $W_k^N/P$ , причем  $\sum_k W_k^N/P = W^N/P$ . Свое богатство каждый индивидуум распределяет между спросом на реальные денежные балансы ( $L_k$ ) и спросом на облигации в реальном выражении ( $B_k^D$ ):

$$(1) \quad L_k + B_k^D = W_k^N/P$$

Суммируя (1) по всем индивидуумам, получаем

$$(2) \quad L + B^D = W^N/P, \text{ где } L = \sum_k L_k, B^D = \sum_k B_k^D.$$

Общая сумма реального финансового богатства в экономике включает существующие реальные денежные балансы ( $M/P$ ) и реальную стоимость имеющихся облигаций ( $B_k^S$ ):

$$(3) \quad W^N/P = M/P + B^S.$$

Из соотношений (2) и (3) имеем:  $L + B^D = W^N/P = M/P + B^S$  или

$$(4) \quad (L - M/P) + (B^D - B^S) = 0.$$

Полученное соотношение (4) представляет известный в микроэкономике результат, носящий имя закона Вальраса. Проясним последствия этого закона для рассматриваемой экономики. Предположим, что спрос на реальные денежные балансы ( $L$ ) равен реальному количеству денег в экономике ( $M/P$ ), тогда из соотношения (4) вытекает, что  $B^D = B^S$ , т.е. рынок облигаций тоже находится в равновесии и наоборот. Помимо этого, если на одном из рассматриваемых рынков, скажем на рынке денег, имеет место избыточный спрос ( $L > M/P$ ), то отсюда можно заключить, что на другом рынке (рынке облигаций) имеет место избыточное предложение. Таким образом, нет необходимости рассматривать оба рынка (денег и облигаций), а достаточно сконцентрировать внимание на одном рынке. Поэтому в дальнейшем мы будем рассматривать только рынок денег.

### Спрос на деньги

Напомним, что спрос на деньги ( $L$ )- спрос на реальные балансы, поскольку люди держат деньги только для того, чтобы покупать товары. Если все цены удвоятся, то людям нужно иметь в 2 раза больше денег в номинальном выражении, чтобы приобрести тот же набор товаров, но реальное количество денег не изменится.

Что же определяет спрос на деньги? Здесь можно выделить два основных фактора. Во-первых, уровень реальных доходов. Люди держат деньги, чтобы финансировать свои расходы, которые в свою очередь зависят от доходов. Таким

образом, рост реальных доходов ведет к повышению спроса на реальные денежные балансы. Возникает вопрос, почему не все финансовое богатство имеет форму денег или, иными словами, что ограничивает спрос на деньги? Таким фактором является ставка процента, которая отражает издержки, связанные с тем, что человек держит свои финансовые ресурсы в виде денег. Альтернативой деньгам в нашей модели являются облигации, по которым можно получить доход в виде процентных платежей. Если ставка процента растет, то индивидуум несет большие издержки, храня финансовые ресурсы в виде денег и, в результате, спрос на деньги падает.

Итак, спрос на деньги может быть представлен следующей функцией:

$$L = L(\bar{L}, Y, i),$$

где  $\bar{L}$  обозначает автономный спрос на деньги, то есть включает другие факторы, помимо ставки процента и дохода, влияющие на спрос на реальные денежные балансы.

### Предложение денег

Номинальное количество денег ( $M$ ) контролируется Центральным банком, и мы будем считать, что это заданная величина  $\bar{M}$ . Напомним, что мы рассматриваем экономику с горизонтальной кривой предложения, в результате уровень цен  $P$  является заданным и реальное предложение денег является константой, равной  $\bar{M} / \bar{P}$ .

### **Равновесие на рынке денег**

Приравнивая реальный спрос и предложение денег, мы получаем условие равновесия:  $L(\bar{L}, Y, i) = \bar{M} / \bar{P}$ . Это условие определяет такие комбинации ставки процента и дохода, при которых рынок денег уравновешен. Если все такие точки изобразить на графике в осях ставка процента- доход, то получится кривая, которая называется кривой LM. Заметим, что эта кривая характеризуется положительной зависимостью между ставкой процента и доходом, что непосредственно вытекает из принятых предположений относительно функций спроса и предложения денег:

$$\frac{di}{dY} = -\frac{L'_Y}{L'_i} > 0.$$

Положительный наклон кривой LM можно объяснить интуитивно. Рассмотрим повышение дохода при неизменной ставке процента. Это ведет к увеличению спроса на деньги и, при неизменном предложении денег, влечет избыточный спрос на деньги. Для восстановления равновесия необходимо, чтобы деньги стали менее привлекательным активом (поскольку предложение денег не может изменяться эндогенно), что возможно при увеличении ставки процента.

Так же, как и в случае с кривой IS, на графике будем изображать кривую LM прямой линией. Для этого запишем линейную функцию спроса на деньги следующего вида:  $L = \bar{L} + kY - hi$ , где  $k$  - отражает чувствительность спроса на деньги к доходу ( $k > 0$ ), а  $h$  - чувствительность к ставке процента ( $h > 0$ ). Тогда уравнение кривой LM примет следующий вид:

$$i = \frac{1}{h}(\bar{L} + kY - \bar{M} / \bar{P}).$$

Для линейной кривой спроса проиллюстрируем равновесие на рынке денег и графический вывод кривой LM. Зафиксировав доход, нарисуем спрос на реальные денежные балансы как убывающую функцию ставки процента. Кривая предложения денег выглядит, как вертикальная линия, соответствующая заданному реальному количеству денег в экономике. Пересечение кривой спроса с кривой предложения денег дает нам ставку процента  $i_1$ , которая уравнивает рынок денег при данном уровне дохода  $Y_1$ . Если доход увеличится до уровня  $Y_2$ , то кривая спроса на деньги сдвинется вправо, и мы получим, что более высокому уровню доходов соответствует более высокая равновесная ставка процента  $i_2$ . Совокупность всех пар  $(i, Y)$ , которые уравнивают рынок денег, даст нам кривую LM.

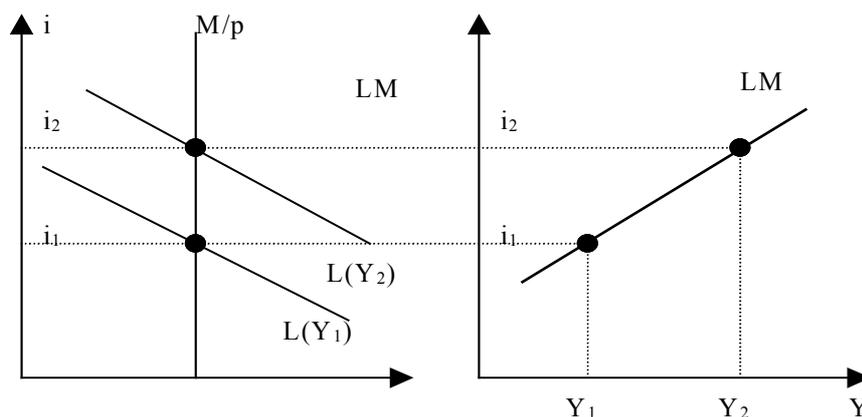


Рис.4 Геометрический вывод кривой  $LM$

Свойства кривой  $LM$ :

- 1) Кривая  $LM$  имеет положительный наклон.
- 2) Угол наклона кривой  $LM$  определяется двумя факторами: чувствительностью спроса на деньги к изменению дохода и чувствительностью к изменению ставки процента.

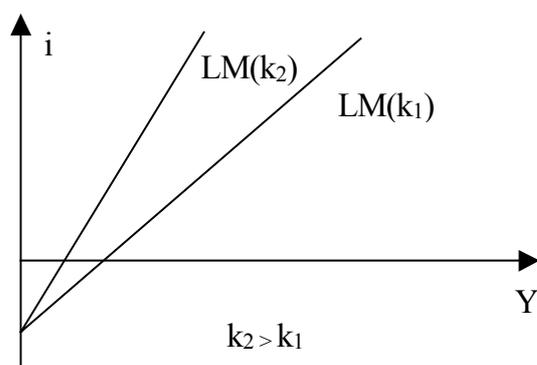


Рис.5 Влияние чувствительности спроса на деньги к доходу на кривую  $LM$ .

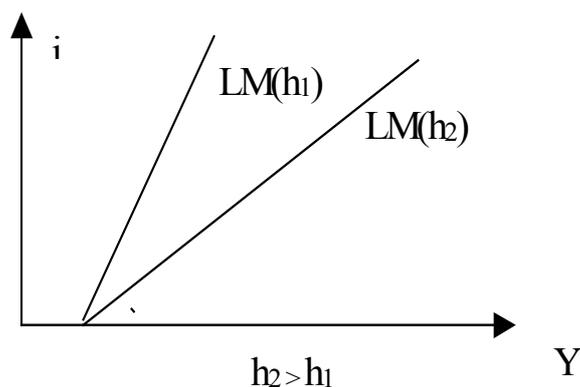
Проанализируем роль первого фактора. Если чувствительность спроса на деньги к доходу выше, то одинаковое повышение дохода влечет большее изменения в спросе на деньги (на рис. 3 кривая спроса сильнее сдвигается вправо), в результате

для восстановления равновесия требуется сильнее снизить привлекательность денег, т.е. сильнее повысить ставку процента.

Таким образом, чем больше чувствительность к доходу  $k$ , тем более крутая будет кривая LM.

Посмотрим, как отразится на наклоне LM изменение чувствительности к ставке процента. Рост дохода в этом случае ведет к одинаковому изменению спроса на деньги. При большей чувствительности спроса к ставке процента требуется меньшее повышение процентной ставки для возвращения рынка в равновесие. Итак, чем больше чувствительность спроса на деньги к процентной ставке, тем более пологой будет кривая LM, как это показано на рис.6.

Рис.6 Влияние чувствительности спроса на деньги к ставке процента на кривую



LM.

Не смотря на то, что влияние чувствительности на спрос на деньги было проанализировано для линейной кривой LM, полученные результаты будут верны и в общем случае при малом изменении параметров чувствительности. Действительно, наклон кривой LM в общем виде равен  $\frac{di}{dY} = \frac{L'_Y}{-L'_i}$ , откуда следует, что с ростом чувствительности к доходу (которая стоит в числителе) наклон LM растет, а с ростом

чувствительности к ставке процента (которая стоит в знаменателе) наклон LM уменьшается.

3) Изменение реального предложения денег ведет к сдвигу кривой LM.

Рассмотрим рост номинального предложения денег при заданном уровне цен. При прежнем доходе  $Y$  и прежней ставке процента возникнет избыточное предложение на рынке денег. Для того, чтобы вновь уравновесить рынок, необходимо увеличение спроса на деньги. Это произойдет, если ставка процента упадет для каждого уровня дохода и в результате кривая LM сдвинется вниз, как это показано на рис.7.

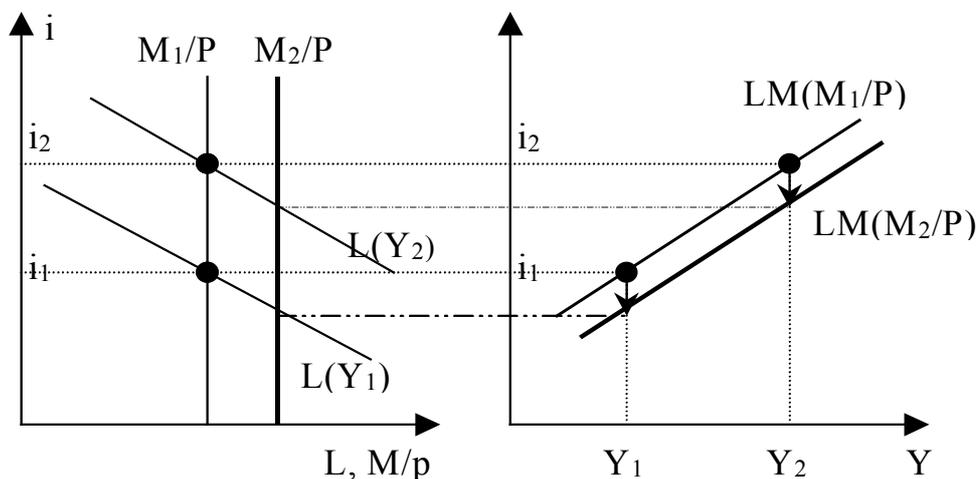


Рис.7 Влияние увеличения предложения денег на кривую LM.

4) Области избыточного спроса и избыточного предложения.

Если кривая LM показывает равновесие на рынке денег, то, что происходит вне этой кривой? Для того, чтобы ответить на этот вопрос обратимся еще раз к графическому построению кривой LM. Рассмотрим точку В с координатами  $(i_2, Y_1)$  лежащую сверху (слева) от LM и определим ее местоположение на диаграмме, описывающей рынок денег. Как мы видим, в этой точке имеет место избыточное предложение денег ( $L(i_2, Y_1) < M/P$ ). Аналогичный результат будет иметь место для всех точек, лежащих слева от LM, поскольку, сдвигаясь влево, мы при прежней ставке

процента сокращаем доход, что ведет к снижению спроса на деньги при прежнем уровне предложения и, в результате, порождает избыточное предложение денег. Рассмотрим точку А с координатами  $(i_1, Y_2)$ , лежащую ниже (правее) кривой LM. Аналогичные рассуждения показывают, что в ней имеет место избыточный спрос на деньги. Итак, снизу (справа) от кривой LM имеет место избыточный спрос предложению на рынке денег, а сверху (слева) от кривой LM – избыточное предложение денег.

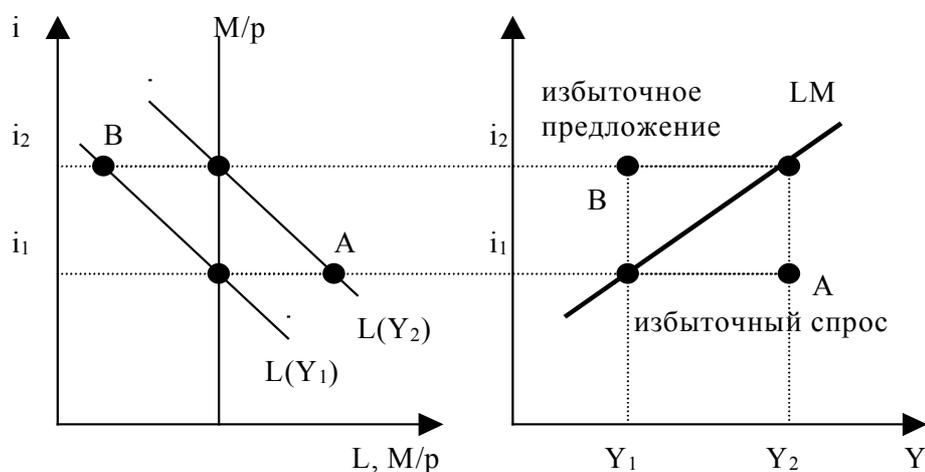


Рис.8 Области избыточного спроса и избыточного предложения на рынке денег

## Равновесие на рынке товаров и активов

Обсудив свойства кривых IS и LM, мы можем перейти к совместному рассмотрению товарного и денежного рынков. Кривые IS и LM описывают условия, при которых рынок товаров или денег в отдельности находится в равновесии. Чтобы равновесие достигалось одновременно на товарном и денежном рынках оба условия должны быть удовлетворены, т.е. равновесие в экономике достигается в точке пересечения кривых IS и LM.

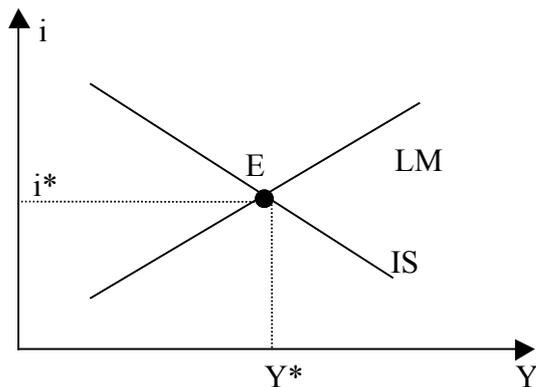


Рис.9 Равновесие в модели IS-LM.

### Переход к равновесному состоянию

Предположим, что экономика первоначально находилась в положении равновесия в точке  $E$  (см. Рис.9), а затем одна из кривых сместилась, и новое положение равновесия достигается в точке  $E_1$ . Каким образом установится новое положение равновесия? Переход к нему требует изменения в ставке процента и в уровне дохода. Для того, чтобы оценить, как они меняются во времени, введем два допущения:

- 1) выпуск растет, когда появляется избыточный спрос на рынке товаров, и наоборот;
- 2) ставка процента растет в ответ на избыточный спрос на деньги и падает в ответ на избыточное предложение денег.

Прокомментируем принятые гипотезы относительно реакции рынков на ситуацию неравновесия. Рассматривая модель Кейнсианского креста, мы обсуждали, как уравнивается спрос и предложение на товарном рынке. При наличии избыточного спроса на рынке товаров фирмы распродают имеющиеся запасы готовой продукции и наращивают выпуск. Этой же идеологии мы продолжаем придерживаться и при рассмотрении модели IS-LM.

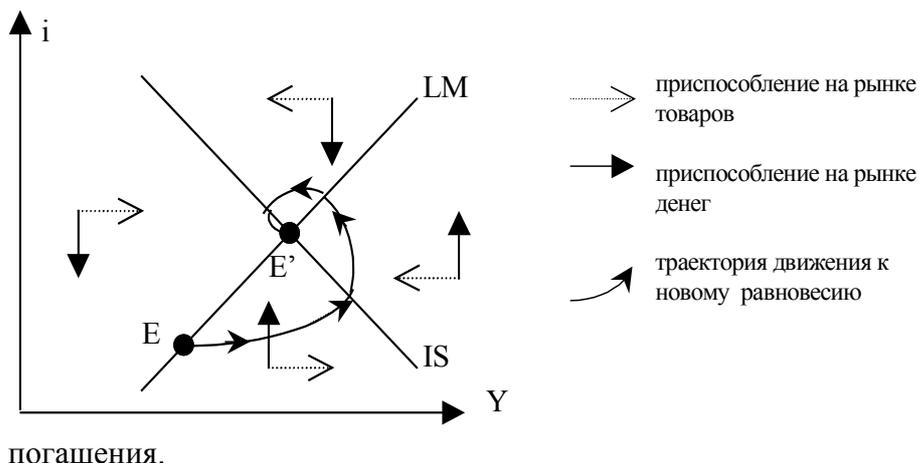
Приспособление на рынке денег следует из тесной взаимосвязи этого рынка с рынком облигаций. Если имеется избыточный спрос на деньги, то это означает наличие избыточного предложения на рынке облигаций. Рынок облигаций работает по тем же законам, что и рынки других товаров, то есть в ответ на избыточное предложение следует падение цен облигаций. Теперь нам осталось выяснить, как соотносятся между собой цены облигаций и ставка процента.

Рассмотрим, к примеру, годовую облигацию, за которую ее обладателю через год выплатят  $X$  рублей. За какую минимальную цену владелец облигации согласится продать ее сегодня. Отвечая на этот вопрос индивидуум сопоставляет два варианта:

- 1) продать облигацию сегодня по некой цене  $p_B$  и вырученные деньги положить в банк под ставку процента  $i$  или
- 2) не продавать облигацию и через год получить ее номинальную стоимость  $X$  рублей.

В первом случае у рассматриваемого индивида через год будет сумма, равная  $(1+i)p_B$ . Если окажется, что эта величина больше  $X$ , то он продаст облигацию сегодня; если меньше  $X$ , то выгоднее подождать погашения облигации; в случае равенства – безразлично, какой вариант выбирать. Учитывая, что все индивидуумы в экономике руководствуются аналогичным принципом и, при этом в экономике одновременно имеет место купля/ продажа облигаций и приток/отток депозитов, мы можем заключить, что цены облигаций устанавливаются на таком уровне, при котором оба рассматриваемых варианта приносят одинаковую доходность. Итак, в нашем примере  $(1+i)p_B=X$  или  $p_B = X/(1+i)$ . Таким образом, мы видим, что существует обратная зависимость между ставкой процента и ценой облигаций: рост

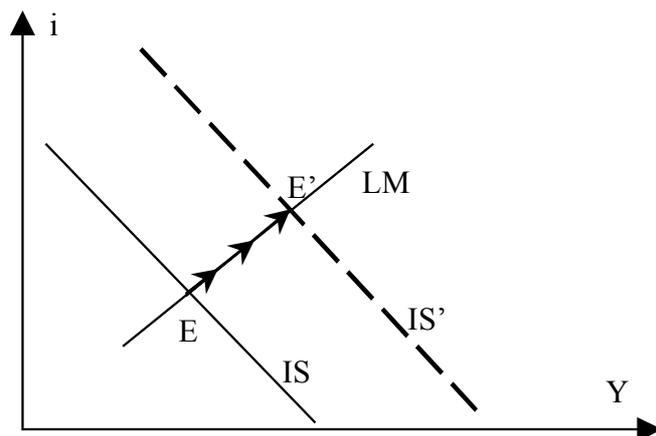
ставки процента ведет к падению цен на облигации и наоборот. Мы рассмотрели простейший пример с годичной облигацией, однако полученный нами качественный результат об обратной зависимости между ценами облигаций и процентной ставкой будет иметь место и для облигаций с большими сроками



*Рис.10 Приспособление товарного и денежного рынков и переход в новое состояние равновесия.*

Возвращаясь к вопросу о приспособлении на рынке денег, мы можем заключить, что избыточный спрос на деньги ведет к избыточному предложению облигаций и падению их цен, что, в свою очередь, приводит к росту процентной ставки. Итак, теперь мы можем окончательно изобразить, как экономика переходит из первоначального равновесия  $E$  в новое равновесие  $E'$ .

Без дополнительных предположений, мы не можем гарантировать, что приспособление рынков действительно будет происходить так, как показано на рисунке 10. Возможно, что траектория будет уводить нас от равновесия. Однако эту проблему можно решить, если принять во внимание несимметричность реакции рынков.

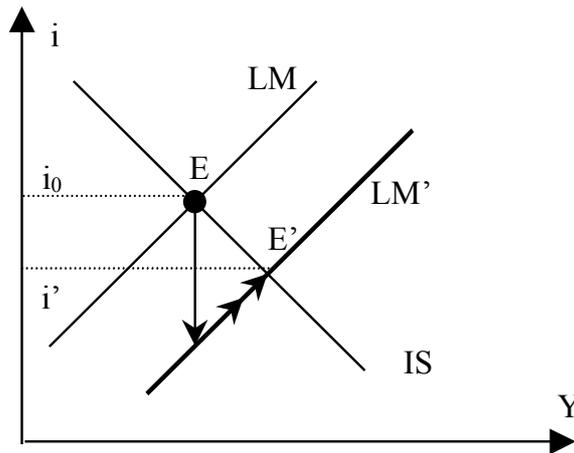


*Рис.11 Приспособление в ответ на фискальный шок при условии мгновенной реакции рынка денег*

Разумно предположить, что приспособляемость на рынке активов происходит значительно быстрее, чем на рынке товаров. Почему? Для приспособления на рынке товаров фирмы должны изменить выпуск, что требует времени. Приспособление на рынке денег происходит путем покупки/продажи облигаций и соответствующего изменения цен облигаций и ставок процента, что не требует дополнительного времени.

В дальнейшем мы будем считать, что рынок денег приспособляется мгновенно, т.е. в каждый момент времени рынок денег находится в равновесии, а рынок товаров приспособляется постепенно. Проиллюстрируем, как будет выглядеть переход от старого равновесия к новому при этом предположении (см. Рис.11).

Пусть в силу проведения фискальной политики кривая IS сдвинулась вправо. В результате экономика должна перейти из старого равновесия E в новое E'. В силу непрерывного приспособления на рынке денег, этот рынок в каждый момент времени находится в равновесии, в силу чего мы двигаемся к новому равновесию вдоль кривой LM.



*Рис.12 Приспособление в ответ на монетарный шок при условии мгновенной реакции рынка денег*

Теперь посмотрим, как будет выглядеть траектория приспособления в случае сдвига кривой LM (например, в результате увеличение предложения денег). Поскольку в этом случае экзогенное вмешательство (увеличение предложения денег) нарушило равновесие на рынке денег, то в первую очередь это равновесие должно быть восстановлено. В результате ставка процента мгновенно падает таким образом, что мы переходим на новую кривую LM, а затем мы будем двигаться вдоль новой кривой LM к новому равновесию, как это изображено на Рис.12.